

# INFORMATIONEN FÜR LEHRER\*INNEN

Das Lerncenter/die Lerntheke zum Thema **TEILBARKEIT NATÜRLICHER ZAHLEN** dient zur Festigung und Übung im Mathematikunterricht. Das Material ist ab der 6. Klasse einsetzbar.

Das Material beinhaltet 30 Aufgabenkärtchen zu folgenden Teilbereichen:

- Vielfache/Vielfachenmenge
- Teiler/Teilmengen
- Textrechnungen
- Teilbarkeitsregeln
- Primzahlen
- Primfaktorzerlegung
- Euklidischer Algorithmus
- ggT
- kgV
- Zusammenhang von ggT und kgV

TEILBARKEIT NATÜRLICHER ZAHLEN			Schüler/in	Lehrer/in
Name: _____	Klasse: _____	Trage hier den Titel deiner bearbeiteten Aufgabenkärtchen ein:		
1			<input type="checkbox"/>	
2			<input type="checkbox"/>	
3			<input type="checkbox"/>	
4			<input type="checkbox"/>	
5			<input type="checkbox"/>	
6			<input type="checkbox"/>	
7			<input type="checkbox"/>	
8			<input type="checkbox"/>	
9			<input type="checkbox"/>	
10			<input type="checkbox"/>	

### TEILER

Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

**1. Erkläre die Begriffe „Teiler“ und „Teilermenge“.**

a) Teiler: ...

b) Teilermenge: ...

**2. Schreibe jeweils die gesuchten Teilmengen auf.**

a)  $T(3) = \{ \quad ? \quad \}$       d)  $T(30) = \{ \quad ? \quad \}$

b)  $T(10) = \{ \quad ? \quad \}$       e)  $T(22) = \{ \quad ? \quad \}$

c)  $T(15) = \{ \quad ? \quad \}$       f)  $T(100) = \{ \quad ? \quad \}$

### TEILBARKEITSREGELN

Übertrage die Tabelle in dein Heft. Kreuze dann an, wodurch die Zahlen der 1. Zeile teilbar sind. Verwende dabei die gelernten Teilbarkeitsregeln.

	25	100	120	321	837	1440	5 445	3 765	9 912	56 214
2 teilt ...										
3 teilt ...										
4 teilt ...										
5 teilt ...										
10 teilt ...										

Jede/r Schüler\*in bekommt eine Kopiervorlage des Arbeitsplans. Die Aufgabenkärtchen werden in der Klasse aufgelegt und die Schüler\*innen holen sich selbstständig die benötigten Aufgabenkarten. Zusätzlich habe ich darauf Wert gelegt, den Papierverbrauch zu minimieren. Daher ist es gedacht, dass die Kärtchen 1x hergestellt werden und die Schüler\*innen hauptsächlich in ihr Heft schreiben.

Während des Arbeitens können die Schüler\*innen auf der Rückseite der Kärtchen die Lösungen selbst kontrollieren. Ich habe das Material so formatiert, dass ihr das Material einfach doppelseitig drucken könnt, und so automatisch die Lösung auf der Rückseite habt.

Aufgrund der hohen Anzahl an Kärtchen liegen dem Lerncenter mehrfach differenzierte, leere Arbeitspläne bei. Die Lehrperson kann also selbst wählen, welche Kärtchen in der Klasse eingesetzt werden und die Schüler\*innen notieren im Arbeitsplan selbstständig, welche Kärtchen erledigt wurden.

# ÜBERBLICK AUFGABENKÄRTCHEN

In dieser Tabelle werden alle Aufgaben des Lerncenters genauer erklärt. Zu jedem Aufgabekärtchen-Titel gibt es drei Differenzierungen die nach Schwierigkeitsgrad gekennzeichnet sind. Bei dem Schwierigkeitsgrad (leicht = grün, mittel = gelb und schwer = rot) handelt es sich lediglich um eine Empfehlung. Die Lehrperson kann natürlich selbst entscheiden, welche Aufgaben für die Schüler\*innen machbar sind. Die Schwierigkeitsgrade sind auch auf den einzelnen Aufgabekärtchen mit den jeweiligen Farben markiert.

AUFGABENKÄRTCHEN	INHALTE/KOMPETENZEN	SCHWIERIGKEIT
Vielfache / Vielfachenmenge	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vielfachenmengen aufschreiben</li> <li>• Hilfestellung: Elemente der Vielfachenmengen sind gegeben</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erklären der Begriffe „Vielfache“ und „Vielfachenmenge“</li> <li>• Vielfachenmengen aufschreiben</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erklären der Begriffe „Vielfache“ und „Vielfachenmenge“</li> <li>• Gezielte Elemente/Bereiche von Vielfachenmengen angeben.</li> </ul>	
Teiler / Teilmenge	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teilmengen aufschreiben</li> <li>• Hilfestellung: Elemente der Teilmengen sind gegeben</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erklären der Begriffe „Teiler“ und „Teilmenge“</li> <li>• Teilmengen aufschreiben</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teilmengen aufschreiben</li> <li>• Auf „vollkommene Zahlen“ prüfen (Hilfestellung gegeben)</li> </ul>	
Textrechnungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zwei leichtere Textbeispiele zu Teilmengen.</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zwei mittlere Textbeispiele zu Teilmengen.</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ein anspruchsvolleres Beispiel mit drei Fragestellungen</li> </ul>	
Teilbarkeitsregeln	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Beispiele sind in einer Tabelle gegeben (ankreuzen welche Zahlen wodurch teilbar sind)</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Schriftliches Erklären von 5 Teilbarkeitsregeln inkl. Beispiel</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ziffern müssen so ergänzt werden, dass die Zahlen teilbar/nicht teilbar sind</li> </ul>	

AUFGABENKÄRTCHEN	INHALTE/KOMPETENZEN	SCHWIERIGKEIT
Primzahlen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erklärungssätze zu Primzahlen vervollständigen</li> <li>• Aufzählen der ersten zehn Primzahlen</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Primzahlen eigenständig erklären</li> <li>• Aufzählen der ersten zehn Primzahlen</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Begriffe „Primzahlen“ und „Primzahlzwillinge“ eigenständig erklären</li> <li>• Aufzählen der ersten zehn Primzahlen</li> </ul>	
Primfaktorenzerlegung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einfache Beispiele zur Primfaktorenzerlegung</li> <li>• Hilfestellung: erstes Beispiel bereits gelöst</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Beispiele zur Primfaktorenzerlegung</li> <li>• Hilfestellung: erstes Beispiel bereits gelöst</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anspruchsvollere Beispiele zur Primfaktorenzerlegung</li> <li>• Hilfestellung: erstes Beispiel bereits gelöst</li> </ul>	
Euklidischer Algorithmus	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einfache Beispiele</li> <li>• Hilfestellung: Infobox zum Rechenvorgang</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mittlere Beispiele</li> <li>• Hilfestellung: Infobox zum Rechenvorgang</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anspruchsvollere Beispiele</li> <li>• Ein Beispiel mit teilerfremden Zahlen</li> <li>• Hilfestellung: Infobox zum Rechenvorgang</li> </ul>	
ggT (größter gemeinsamer Teiler)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hilfestellung: Definition des ggT</li> <li>• Beispiele mit und ohne bereits vorhandener Primfaktorenzerlegung</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fragestellung: Erkläre den Begriff ggT.</li> <li>• Beispiele zum ggT</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fragestellung: Erkläre den Begriff ggT.</li> <li>• Fragestellung: Was bedeutet „teilerfremd“?</li> <li>• Beispiele zum ggT</li> </ul>	
kgV (kleinstes gemeinsames Vielfaches)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hilfestellung: Definition des kgV</li> <li>• Beispiele mit und ohne bereits vorhandener Primfaktorenzerlegung</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fragestellung: Erkläre den Begriff kgV.</li> <li>• Beispiele zum kgV</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fragestellung: Erkläre den Begriff kgV.</li> <li>• Anspruchsvollere Beispiele zum kgV</li> </ul>	
Zusammenhang von ggT und kgV	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einfache Beispiele inkl. Probe</li> <li>• Hilfestellung: Infobox</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Beispiele mit je zwei Zahlen inkl. Probe</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Beispiele mit je drei Zahlen inkl. Probe</li> </ul>	

# TEILBARKEIT NATÜRLICHER ZAHLEN

Name:

Klasse:

Trage hier immer den Titel deiner Aufgabekärtchen ein und hake sie ab, wenn du sie fertig bearbeitet hast.

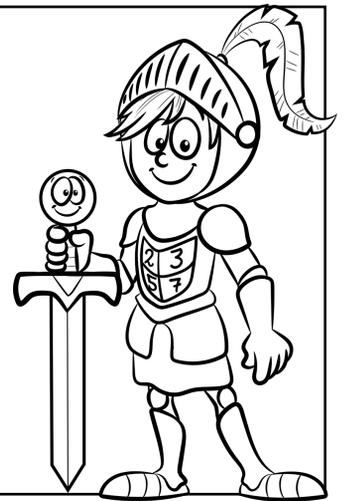
Schüler/in

Lehrer/in

1		<input type="checkbox"/>		
2		<input type="checkbox"/>		
3		<input type="checkbox"/>		
4		<input type="checkbox"/>		
5		<input type="checkbox"/>		
6		<input type="checkbox"/>		
7		<input type="checkbox"/>		
8		<input type="checkbox"/>		
9		<input type="checkbox"/>		
10		<input type="checkbox"/>		
11		<input type="checkbox"/>		
12		<input type="checkbox"/>		
13		<input type="checkbox"/>		
14		<input type="checkbox"/>		
15		<input type="checkbox"/>		
16		<input type="checkbox"/>		
17		<input type="checkbox"/>		

18		○		
19		○		
20		○		
21		○		
22		○		
23		○		
24		○		
25		○		
26		○		
27		○		
28		○		
29		○		
30		○		

# NOTIZEN:



So ging es mir beim  
Thema Teilbarkeit:  
(Selbsteinschätzung)



# TEILBARKEIT NATÜRLICHER ZAHLEN

Name:

Klasse:

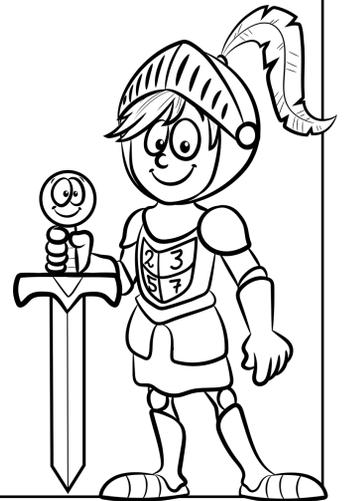
Schüler/in

Lehrer/in

Trage hier den Titel deiner bearbeiteten Aufgabenkärtchen ein:

1		○		
2		○		
3		○		
4		○		
5		○		
6		○		
7		○		
8		○		
9		○		
10		○		

## NOTIZEN:



So ging es mir beim  
Thema Teilbarkeit:  
(Selbsteinschätzung)



# TEILBARKEIT NATÜRLICHER ZAHLEN

Name:

Klasse:

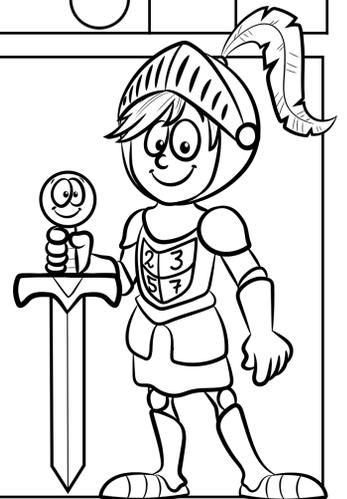
Schüler/in

Lehrer/in

Trage hier den Titel deiner bearbeiteten Aufgabekärtchen ein:

1		<input type="radio"/>		
2		<input type="radio"/>		
3		<input type="radio"/>		
4		<input type="radio"/>		
5		<input type="radio"/>		
6		<input type="radio"/>		
7		<input type="radio"/>		
8		<input type="radio"/>		
9		<input type="radio"/>		
10		<input type="radio"/>		
11		<input type="radio"/>		
12		<input type="radio"/>		
13		<input type="radio"/>		
14		<input type="radio"/>		
15		<input type="radio"/>		

## NOTIZEN:



So ging es mir beim  
Thema Teilbarkeit:  
(Selbsteinschätzung)



# TEILBARKEIT NATÜRLICHER ZAHLEN

Name:

Klasse:

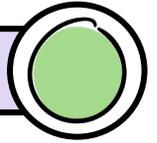
Trage hier den Titel deiner bearbeiteten Aufgabenkärtchen ein:

		Schüler/in	Lehrer/in
1		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

So ging es mir beim  
Thema Teilbarkeit:  
(Selbsteinschätzung)



# VIELFACHE



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

Schreibe jeweils die ersten fünf Elemente der Vielfachenmengen auf. Suche anschließend die Lösungen im Kästchen.

a)  $V(2) = \{ \quad ? \quad \}$

d)  $V(20) = \{ \quad ? \quad \}$

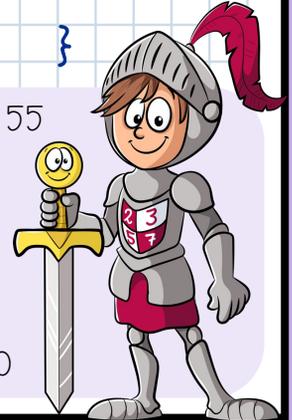
b)  $V(11) = \{ \quad ? \quad \}$

e)  $V(25) = \{ \quad ? \quad \}$

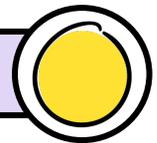
c)  $V(12) = \{ \quad ? \quad \}$

f)  $V(200) = \{ \quad ? \quad \}$

2      20      400      22      36      6      200      55  
24      8      75      50      80      48      100  
125      800      12      40      11      1000      10  
33      100      600      4      60      44      25      60



# VIELFACHE

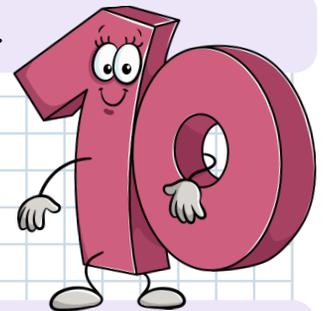


Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Erkläre die Begriffe „Vielfache“ und „Vielfachenmenge“.

a) Vielfache: ...

b) Vielfachenmenge: ...



2. Schreibe jeweils die ersten fünf Elemente der Vielfachenmengen auf.

a)  $V(3) = \{ \quad ? \quad \}$

d)  $V(30) = \{ \quad ? \quad \}$

b)  $V(10) = \{ \quad ? \quad \}$

e)  $V(22) = \{ \quad ? \quad \}$

c)  $V(15) = \{ \quad ? \quad \}$

f)  $V(100) = \{ \quad ? \quad \}$



# LÖSUNG

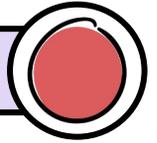
- a)  $V(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
- b)  $V(11) = \{11, 22, 33, 44, 55, \dots\}$
- c)  $V(12) = \{12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$
- d)  $V(20) = \{20, 40, 60, 80, 100, \dots\}$
- e)  $V(25) = \{25, 50, 75, 100, 125, \dots\}$
- f)  $V(200) = \{200, 400, 600, 800, 1000, \dots\}$



# LÖSUNG

- 1.**
  - a) **Vielfache:** Multipliziert man eine Zahl mit 1, 2, 3, ... erhält man die Vielfachen dieser Zahl.
  - b) **Vielfachenmenge:** Fasst man die Vielfachen in Mengenklammern zusammen, erhält man die unendliche Vielfachenmenge.
- 2.**
  - a)  $V(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$
  - b)  $V(10) = \{10, 20, 30, 40, 50, \dots\}$
  - c)  $V(15) = \{15, 30, 45, 60, 75, \dots\}$
  - d)  $V(30) = \{30, 60, 90, 120, 150, \dots\}$
  - e)  $V(22) = \{22, 44, 66, 88, 110, \dots\}$
  - f)  $V(100) = \{100, 200, 300, 400, 500, \dots\}$

# VIELFACHE



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Erkläre die Begriffe „Vielfache“ und „Vielfachenmenge“.

a) Vielfache: ...

b) Vielfachenmenge: ...



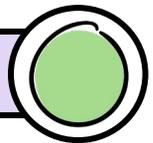
2. Gib die gesuchten Vielfachen je als Vielfachenmengen an.

a) Wie lauten die ersten fünf Vielfachen von 2, die größer als 17 sind?

b) Zähle alle Vielfachen von 10 auf, die kleiner als 85 sind.

c) Nenne alle Vielfachen von 15, die größer als 60 und kleiner als 121 sind.

# TEILER



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

Gib die gesuchten Teilmengen an. Suche anschließend die Lösungen im Kästchen.

a)  $T(20) = \{ \quad ? \quad \}$

d)  $T(50) = \{ \quad ? \quad \}$

b)  $T(27) = \{ \quad ? \quad \}$

e)  $T(63) = \{ \quad ? \quad \}$

c)  $T(30) = \{ \quad ? \quad \}$

f)  $T(100) = \{ \quad ? \quad \}$

2	3	10	20	100	2	4	1	3
50	21	1	3	25	5	10	27	30
63	5	1	1	7	4	20	15	50
2	9	10	9	2	5	10	25	1





# LÖSUNG

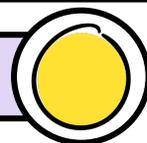
- 1.** a) **Vielfache:** Multipliziert man eine Zahl mit 1, 2, 3, ... erhält man die Vielfachen dieser Zahl.
- b) **Vielfachenmenge:** Fasst man die Vielfachen in Mengenklammern zusammen, erhält man die unendliche Vielfachenmenge.
- 2.** a)  $V(2) = \{\dots, 18, 20, 22, 24, 26, \dots\}$
- b)  $V(10) = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, \dots\}$
- c)  $V(15) = \{\dots, 75, 90, 105, 120, \dots\}$



# LÖSUNG

- a)  $T(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
- b)  $T(27) = \{1, 3, 9, 27\}$
- c)  $T(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$
- d)  $T(50) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$
- e)  $T(63) = \{1, 3, 7, 9, 21, 63\}$
- f)  $T(100) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$

# TEILER



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Erkläre die Begriffe „Teiler“ und „Teilermenge“.

a) Teiler: ...

b) Teilermenge: ...



2. Schreibe jeweils die gesuchten Teilermengen auf.

a)  $T(3) = \{ \quad ? \quad \}$

d)  $T(30) = \{ \quad ? \quad \}$

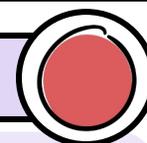
b)  $T(10) = \{ \quad ? \quad \}$

e)  $T(22) = \{ \quad ? \quad \}$

c)  $T(15) = \{ \quad ? \quad \}$

f)  $T(100) = \{ \quad ? \quad \}$

# TEILER



## INFORMATION

Eine „vollkommene Zahl“ (auch „perfekte Zahl“) ist eine natürliche Zahl, die gleich groß wie die Summe ihrer Teiler außer sie selbst ist.

Beispiel:  $T(6) = \{1, 2, 3, 6\} \longrightarrow 1 + 2 + 3 = \underline{\underline{6}}$

6 ist eine vollkommene Zahl.

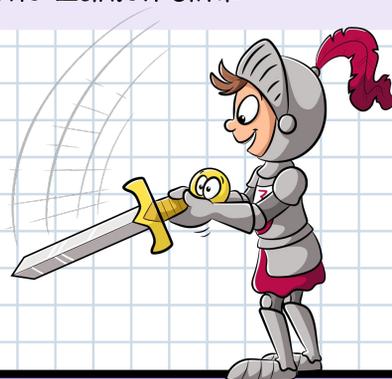
Überprüfe, ob die folgenden Zahlen auch vollkommene Zahlen sind.

a) 28

b) 36

c) 200

d) 496





# LÖSUNG

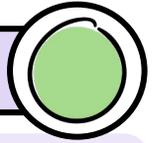
1. a) Teiler: Eine natürliche Zahl, die eine andere Zahl ohne Rest teilt, nennt man Teiler.
- b) Teilmenge: Wenn man alle Teiler einer Zahl in Mengenklammern zusammenfasst, nennt man das eine Teilmenge.
2. a)  $T(3) = \{1, 3\}$
- b)  $T(10) = \{1, 2, 5, 10\}$
- c)  $T(15) = \{1, 3, 5, 15\}$
- d)  $T(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$
- e)  $T(22) = \{1, 2, 11, 22\}$
- f)  $T(100) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$



# LÖSUNG

- a)  $T(28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$   
 $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = \underline{28}$  28 ist eine vollkommene Zahl.
- b)  $T(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$   
 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 = \underline{55}$
- c)  $T(200) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200\}$   
 $1 + 2 + 4 + 5 + 8 + 10 + 20 + 25 + 40 + 50 + 100 = \underline{265}$
- d)  $T(496) = \{1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248, 496\}$   
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = \underline{496}$  496 ist eine vollkommene Zahl.

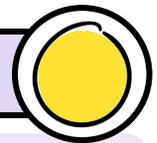
## TEXTRECHNUNGEN



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

- a) In einer Klasse sind 28 Kinder. Im Sportunterricht sollen sie sich in gleich große Gruppen aufteilen. Welche Gruppengrößen sind möglich, wenn eine Gruppe aus mindestens zwei Kindern bestehen soll?
- b) 150 Spielkarten sollen in Form eines Rechtecks auf dem Tisch angeordnet werden. Welche Möglichkeiten gibt es? Gib die Seitenlängen (=Anzahl der Kärtchen) an.

## TEXTRECHNUNGEN



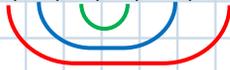
Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

- a) Hanna verkauft auf dem Flohmarkt alle Artikel für denselben Preis. Am Ende zählt sie ihre Einnahmen. Sie hat 234€ eingenommen. Wie viel hat Hanna für einen Artikel verlangt? Zähle alle Möglichkeiten auf.
- b) Bei einem Dorffest marschiert eine Blasmusikkapelle mit 56 Musikanten in geordneten Reihen. In jeder Reihe befinden sich gleich viele Musikanten. Aus wie vielen Reihen kann diese Formation bestehen?



# LÖSUNG

a)  $T(28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$



A: Es können 2 Gruppen mit 14 Kindern, 4 Gruppen mit 7 Kindern, 7 Gruppen mit 4 Kindern oder 14 Gruppen mit 2 Kindern gebildet werden.

b)  $T(150) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150\}$



A: Das Rechteck kann die Seitenlängen **1 und 150**, **2 und 75**, **3 und 50**, **5 und 30**, **6 und 25** oder **10 und 15** haben.



# LÖSUNG

a)  $T(234) = \{1, 2, 3, 6, 9, 13, 18, 26, 39, 78, 117, 234\}$



A: Hanna hat ...

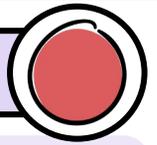
- ... **1 Artikel für 150€** oder **150 Artikel für 1€** verkauft.
- ... **2 Artikel für 117€** oder **117 Artikel für 2€** verkauft.
- ... **3 Artikel für 78€** oder **78 Artikel für 3€** verkauft.
- ... **6 Artikel für 39€** oder **39 Artikel für 6€** verkauft.
- ... **9 Artikel für 26€** oder **26 Artikel für 9€** verkauft.
- ... **13 Artikel für 18€** oder **18 Artikel für 13€** verkauft.

b)  $T(56) = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\}$



A: Die Formation kann aus 1, 2, 4, 7, 8, 24, 28 oder 56 Reihen bestehen.

# TEXTRECHNUNGEN

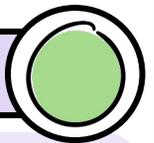


Übertrage die Aufgabenstellung in dein Heft und löse sie.

64 Mädchen haben sich für ein Tennisturnier angemeldet. Das Turnier wird nach dem k.o.-System gespielt. Das bedeutet, wer ein Spiel verliert scheidet sofort aus. Die Gewinnerinnen spielen in der nächsten Runde.

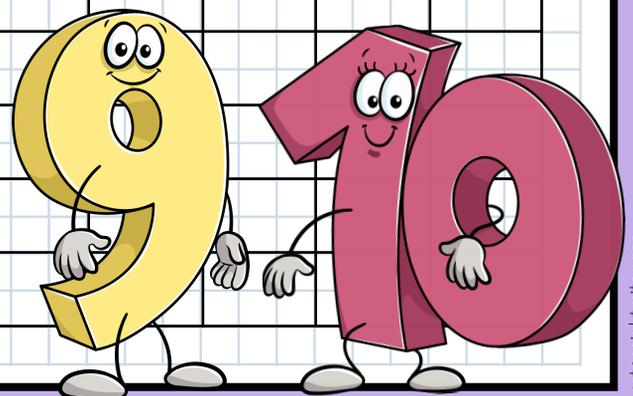
- Wie viele Mädchen sind in der zweiten Runde?
- Wie viele Mädchen sind im Halbfinale?
- Wie viele Spiele muss ein Mädchen gewinnen, um das ganze Turnier zu gewinnen?

# TEILBARKEITSREGELN



Übertrage die Tabelle in dein Heft. Kreuze dann an, wodurch die Zahlen der ersten Zeile teilbar sind. Verwende dabei die gelernten Teilbarkeitsregeln.

	25	100	120	321	837	1440	5 445	3 765	9 912	56 214
2 teilt ...										
3 teilt ...										
4 teilt ...										
5 teilt ...										
9 teilt ...										
10 teilt ...										





# LÖSUNG

$$T(64) = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$$

Finale  
 5. Runde  
 4. Runde  
 3. Runde  
 2. Runde  
 1. Runde

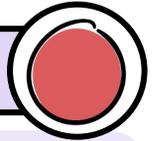
- a) In der zweiten Runde sind es nur noch 32 Mädchen.
- b) Im Halbfinale (5. Runde) sind es noch 4 Mädchen.
- c) Um das Turnier zu gewinnen, muss ein Mädchen insgesamt sechs Spiele gewinnen.



# LÖSUNG

	25	100	120	321	837	1440	5 445	3 765	9 912	56 214
2 teilt ...		X	X			X			X	X
3 teilt ...			X	X	X	X	X	X	X	X
4 teilt ...		X	X			X			X	
5 teilt ...	X	X	X			X	X	X		
9 teilt ...					X	X	X			X
10 teilt ...		X	X			X				

# TEILBARKEITSREGELN



Welche Ziffern müssen jeweils an der leeren Stellen () stehen, damit die Aussagen wahr sind?

a)  $2 \mid 173\boxed{\phantom{0}}$

Ziffer(n):

b)  $4 \mid 520\boxed{\phantom{0}}$

Ziffer(n):

c)  $9 \mid 12\boxed{\phantom{0}}4$

Ziffer(n):

d)  $3 \mid 13\boxed{\phantom{0}}5$

Ziffer(n):

e)  $3 \nmid 523\boxed{\phantom{0}}$

Ziffer(n):

f)  $25 \mid 1\boxed{\phantom{0}}5$

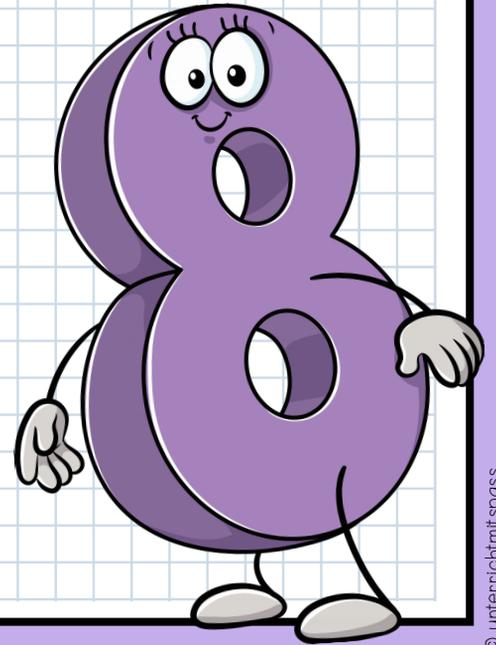
Ziffer(n):

g)  $5 \mid 12\boxed{\phantom{0}}5$

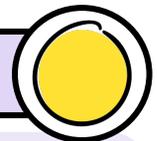
Ziffer(n):

h)  $9 \nmid \boxed{\phantom{0}}14$

Ziffer(n):



# TEILBARKEITSREGELN



Erkläre die folgenden Teilbarkeitsregeln schriftlich und nenne jeweils mindestens ein Beispiel.

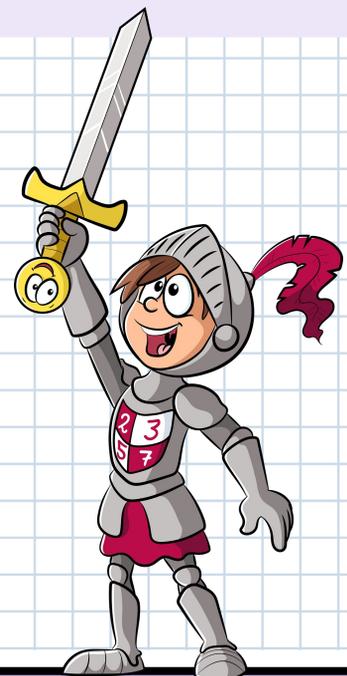
a) Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn ...

b) Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ...

c) Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn ...

d) Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn ...

e) Eine Zahl ist durch 6 teilbar, wenn ...





# LÖSUNG

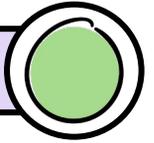
a)	2		1 7 3	□	Ziffer(n):	0, 2, 4, 6, 8
b)	4		5 2 0	□	Ziffer(n):	0, 4, 8
c)	9		1 2	□ 4	Ziffer(n):	2
d)	3		1 3	□ 5	Ziffer(n):	0, 3, 6, 9
e)	3	†	5 2 3	□	Ziffer(n):	0, 1, 3, 4, 6, 7, 9
f)	25		1	□ 5	Ziffer(n):	2, 7
g)	5		1 2	□ 5	Ziffer(n):	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
h)	9	†	□ 1 4		Ziffer(n):	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9



# LÖSUNG

a)	Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn sie gerade ist. <u>Beispiel:</u> 2   10				
b)	Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist. <u>Beispiel:</u> 3   321 (weil $3+2+1=6$ und 6 ist durch 3 teilbar)				
c)	Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die letzten zwei Stellen durch 4 teilbar sind. <u>Beispiel:</u> 4   5 928 (weil 28 durch 4 teilbar ist)				
d)	Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn an der Einerstelle eine 0 oder 5 steht. <u>Beispiel:</u> 5   7 095				
e)	Eine Zahl ist durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist. <u>Beispiel:</u> 6   30 702 (weil gerade und $3+0+7+0+2=12$ )				

# PRIMZAHLEN



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

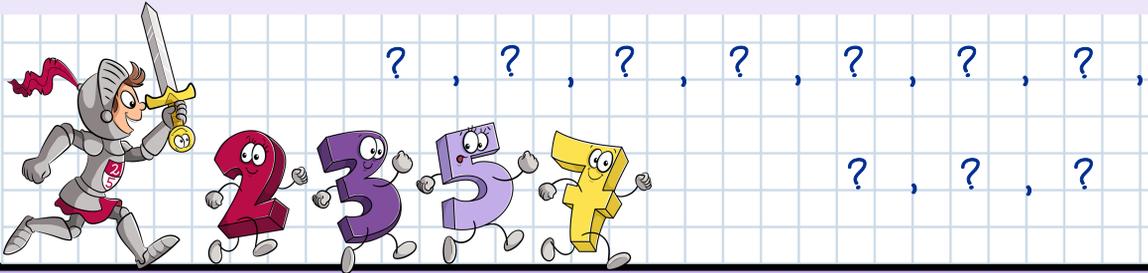
1. Woran erkennt man Primzahlen? Vervollständige die Sätze.

Primzahlen haben alle genau ..... Teiler.

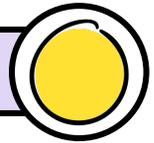
Ein Teiler ist immer .....

Der andere Teiler ist .....

2. Zähle die ersten zehn Primzahlen auf.



# PRIMZAHLEN



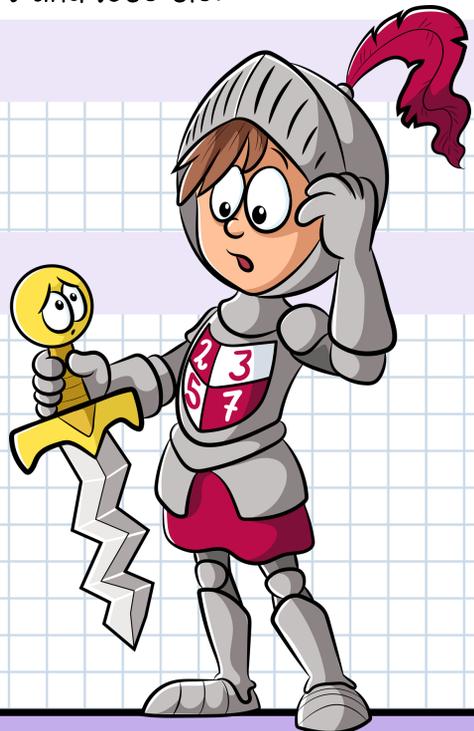
Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Was sind Primzahlen?

Primzahlen sind ...

2. Zähle die ersten zehn Primzahlen auf.

? , ? , ? , ? , ? ,  
? , ? , ? , ? , ?





# LÖSUNG

**1.** Primzahlen haben alle genau **zwei** Teiler.

Ein Teiler ist immer **1**.

Der andere Teiler ist **die Zahl selber**.

**2.** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

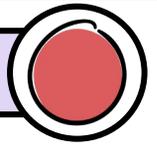


# LÖSUNG

**1.** Primzahlen sind Zahlen, die genau zwei Teiler haben. Ein Teiler ist 1 und der andere die Zahl selber.

**2.** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

# PRIMZAHLEN



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Was sind Primzahlen?

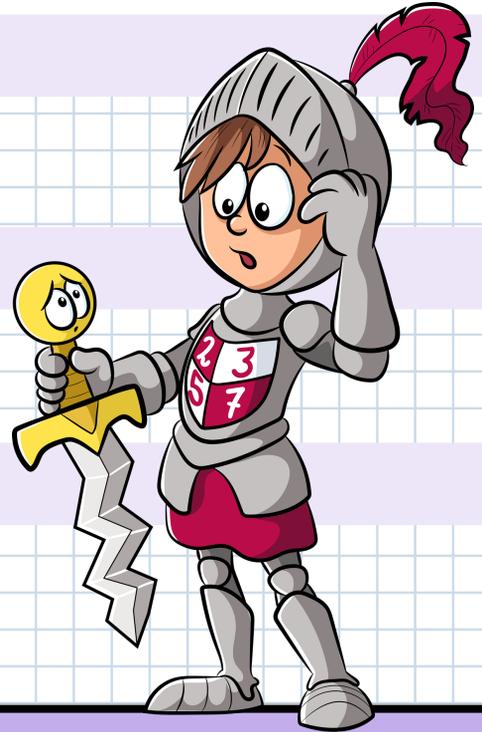
Primzahlen sind ...

2. Was sind Primzahlzwillinge?

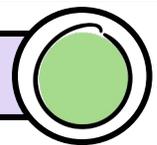
Primzahlzwillinge sind ...

3. Zähle die ersten zehn Primzahlen auf.

? , ? , ? , ? , ? ,  
? , ? , ? , ? , ?

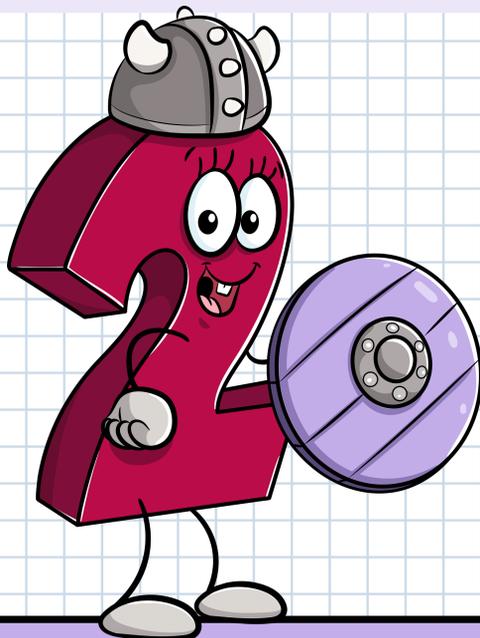


# PRIMFAKTORENZERLEGUNG



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

Zerlege die folgenden Zahlen in ein Produkt von Primfaktoren.



$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

b) 12

c) 25

d) 54

e) 96

f) 120



# LÖSUNG

1. Primzahlen sind Zahlen, die genau zwei Teiler haben. Ein Teiler ist 1 und der andere die Zahl selber.
2. Primzahlzwillinge sind Primzahlen, die zueinander den Abstand 2 haben.  
Beispiele: 3 und 5  
11 und 13  
29 und 31
3. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29



# LÖSUNG

$$\begin{array}{r} \text{a) } 6 \mid 2 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 12 \mid 2 \\ 6 \mid 2 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 25 \mid 5 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \end{array}$$

$$25 = 5 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 54 \mid 2 \\ 27 \mid 3 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

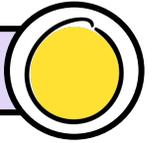
$$\begin{array}{r} \text{e) } 96 \mid 2 \\ 48 \mid 2 \\ 24 \mid 2 \\ 12 \mid 2 \\ 6 \mid 2 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} \text{f) } 120 \mid 2 \\ 60 \mid 2 \\ 30 \mid 2 \\ 15 \mid 3 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \end{array}$$

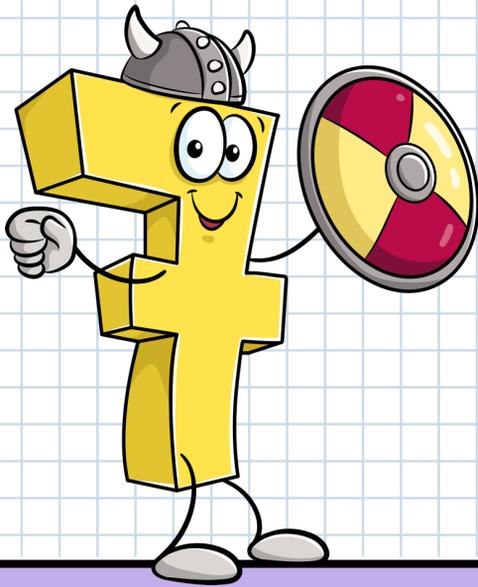
$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

# PRIMFAKTORENZERLEGUNG



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

Zerlege die folgenden Zahlen in ein Produkt von Primfaktoren.



$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

b) 30

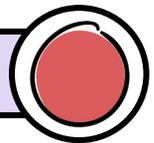
c) 48

d) 770

e) 625

f) 4125

# PRIMFAKTORENZERLEGUNG



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

Zerlege die folgenden Zahlen in ein Produkt von Primfaktoren.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

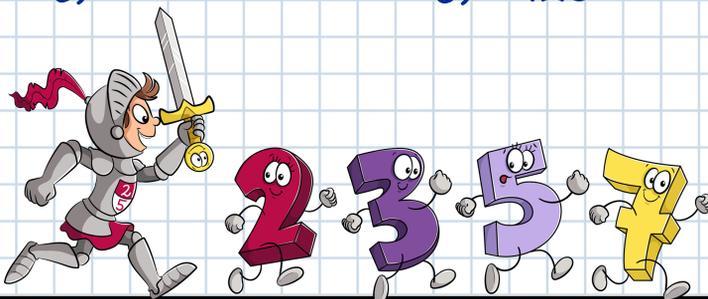
b) 75

c) 144

d) 256

e) 420

f) 1008





# LÖSUNG

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 770 & 2 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

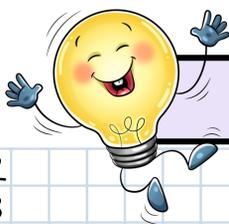
$$770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$625 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 4125 & 3 \\ 1375 & 5 \\ 275 & 5 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$4125 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$$



# LÖSUNG

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$256 = 2 \cdot 2$$

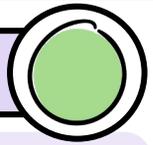
$$\begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 1008 & 2 \\ 504 & 2 \\ 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$1008 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$$

# EUKLIDISCHER ALGORITHMUS



## INFORMATION

Mit dem euklidischen Algorithmus kann man den ggT zweier Zahlen ohne Primfaktorenzerlegung berechnen.

$$\begin{aligned} \text{ggT}(140, 325) = ? & \longrightarrow 325 : 140 = 2 ; 45 \text{ Rest} \\ & \qquad \qquad \qquad 140 : 45 = 3 ; 5 \text{ Rest} \\ & \qquad \qquad \qquad 45 : 5 = 9 ; \underline{0 \text{ Rest}} & \longrightarrow \text{ggT}(140, 325) = \underline{\underline{5}} \end{aligned}$$

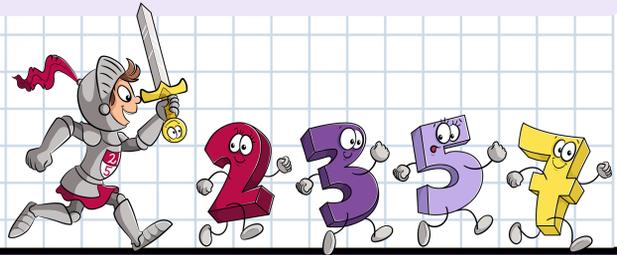
Der ggT entspricht dem letzten Divisor (mit dem der Rest 0 erreicht wird).

Bestimme jeweils rechnerisch den größten gemeinsamen Teiler (ggT).

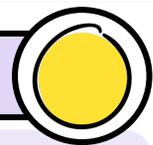
a)  $\text{ggT}(10, 15) = ?$

b)  $\text{ggT}(36, 80) = ?$

c)  $\text{ggT}(15, 42) = ?$



# EUKLIDISCHER ALGORITHMUS



## INFORMATION

Mit dem euklidischen Algorithmus kann man den ggT zweier Zahlen ohne Primfaktorenzerlegung berechnen.

$$\begin{aligned} \text{ggT}(140, 325) = ? & \longrightarrow 325 : 140 = 2 ; 45 \text{ Rest} \\ & \qquad \qquad \qquad 140 : 45 = 3 ; 5 \text{ Rest} \\ & \qquad \qquad \qquad 45 : 5 = 9 ; \underline{0 \text{ Rest}} & \longrightarrow \text{ggT}(140, 325) = 5 \end{aligned}$$

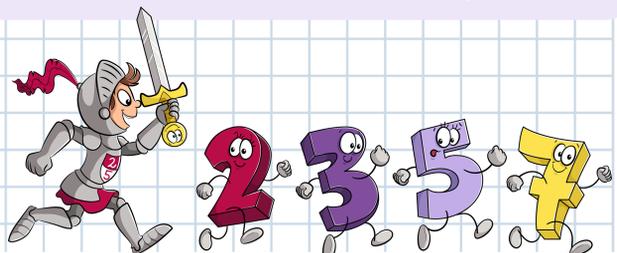
Der ggT entspricht dem letzten Divisor (mit dem der Rest 0 erreicht wird).

Bestimme jeweils rechnerisch den größten gemeinsamen Teiler (ggT).

a)  $\text{ggT}(36, 96) = ?$

b)  $\text{ggT}(25, 135) = ?$

c)  $\text{ggT}(340, 430) = ?$





# LÖSUNG

a)  $\text{ggT}(10, 15) = ?$

$$15 : 10 = 1 ; 5 \text{ Rest}$$
$$10 : 5 = 2 ; \underline{0 \text{ Rest}}$$

$$\text{ggT}(10, 15) = \underline{\underline{5}}$$

b)  $\text{ggT}(36, 80) = ?$

$$80 : 36 = 2 ; 8 \text{ Rest}$$
$$36 : 8 = 4 ; \underline{4 \text{ Rest}}$$
$$8 : 4 = 2 ; \underline{0 \text{ Rest}}$$

$$\text{ggT}(36, 80) = \underline{\underline{4}}$$

c)  $\text{ggT}(15, 42) = ?$

$$42 : 15 = 2 ; 12 \text{ Rest}$$
$$15 : 12 = 1 ; 3 \text{ Rest}$$
$$12 : 3 = 4 ; \underline{0 \text{ Rest}}$$

$$\text{ggT}(15, 42) = \underline{\underline{3}}$$



# LÖSUNG

a)  $\text{ggT}(36, 96) = ?$

$$96 : 36 = 2 ; 24 \text{ Rest}$$
$$36 : 24 = 1 ; 12 \text{ Rest}$$
$$24 : 12 = 2 ; \underline{0 \text{ Rest}}$$

$$\text{ggT}(36, 96) = \underline{\underline{12}}$$

b)  $\text{ggT}(25, 135) = ?$

$$135 : 25 = 5 ; 10 \text{ Rest}$$
$$25 : 10 = 2 ; 5 \text{ Rest}$$
$$10 : 5 = 2 ; \underline{0 \text{ Rest}}$$

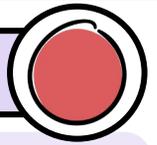
$$\text{ggT}(25, 135) = \underline{\underline{5}}$$

c)  $\text{ggT}(340, 430) = ?$

$$430 : 340 = 1 ; 90 \text{ Rest}$$
$$340 : 90 = 3 ; 70 \text{ Rest}$$
$$90 : 70 = 1 ; 20 \text{ Rest}$$
$$70 : 20 = 3 ; 10 \text{ Rest}$$
$$20 : 10 = 2 ; \underline{0 \text{ Rest}}$$

$$\text{ggT}(340, 430) = \underline{\underline{10}}$$

# EUKLIDISCHER ALGORITHMUS



## INFORMATION

Mit dem euklidischen Algorithmus kann man den ggT zweier Zahlen ohne Primfaktorenzerlegung berechnen.

$$\begin{aligned} \text{ggT}(140, 325) = ? & \longrightarrow 325 : 140 = 2 ; 45 \text{ Rest} \\ & \qquad \qquad \qquad 140 : 45 = 3 ; 5 \text{ Rest} \\ & \qquad \qquad \qquad 45 : 5 = 9 ; 0 \text{ Rest} \longrightarrow \text{ggT}(140, 325) = 5 \end{aligned}$$

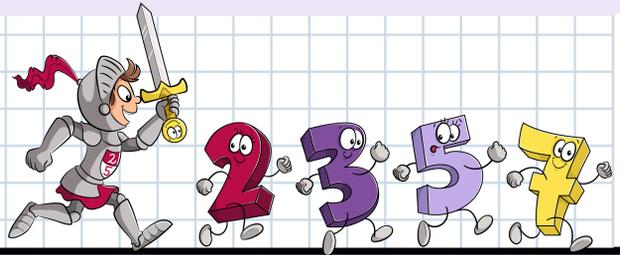
Der ggT entspricht dem letzten Divisor (mit dem der Rest 0 erreicht wird).

Bestimme jeweils rechnerisch den größten gemeinsamen Teiler (ggT).

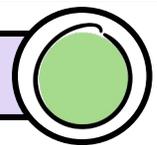
a)  $\text{ggT}(1200, 1848) = ?$

b)  $\text{ggT}(135, 999) = ?$

c)  $\text{ggT}(150, 1001) = ?$



# GRÖßTER GEMEINSAMER TEILER



Der ggT ist die größte Zahl, durch die zwei natürliche Zahlen teilbar sind.

1. Finde die gemeinsamen Primfaktoren und berechne den ggT.

a) 
$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r|l} 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{ggT}(45, 75) = \square \cdot \square = \underline{\underline{\square}}$

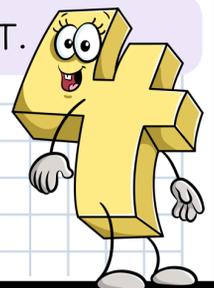
$\text{ggT}(26, 39) = \underline{\underline{\square}}$

2. Erstelle die Primfaktorenzerlegung und ermittle jeweils den ggT.

a)  $\text{ggT}(9, 12) = ?$

b)  $\text{ggT}(16, 24) = ?$

c)  $\text{ggT}(10, 15) = ?$





# LÖSUNG

a)  $1848 : 1200 = 1 ; 648 \text{ Rest}$   
 $1200 : 648 = 1 ; 552 \text{ Rest}$   
 $648 : 552 = 1 ; 96 \text{ Rest}$   
 $552 : 96 = 5 ; 72 \text{ Rest}$   
 $96 : 72 = 1 ; 24 \text{ Rest}$   
 $72 : 24 = 3 ; 0 \text{ Rest}$

b)  $999 : 135 = 7 ; 54 \text{ Rest}$   
 $135 : 54 = 2 ; 27 \text{ Rest}$   
 $54 : 27 = 2 ; 0 \text{ Rest}$

$\text{ggT}(135, 999) = \underline{\underline{27}}$

$\text{ggT}(1200, 1848) = \underline{\underline{24}}$

c)  $1001 : 150 = 6 ; 101 \text{ Rest}$   
 $150 : 101 = 1 ; 49 \text{ Rest}$   
 $101 : 49 = 2 ; 3 \text{ Rest}$   
 $49 : 3 = 16 ; 1 \text{ Rest}$   
 $3 : 1 = 3 ; 0 \text{ Rest}$

$\text{ggT}(150, 1001) = \underline{\underline{1}}$  Das bedeutet, 1001 und 150 sind teilerfremd.



# LÖSUNG

1. a) 

45	3	75	<del>3</del>
15	3	25	<del>5</del>
5	5	5	5
1		1	

b) 

26	2	39	3
13	13	13	<del>13</del>
1		1	

$\text{ggT}(45, 75) = 3 \cdot 5 = \underline{\underline{15}}$

$\text{ggT}(26, 39) = \underline{\underline{13}}$

2. a) 

9	3	12	2
3	3	6	2
1		3	<del>3</del>
		1	

b) 

16	2	24	<del>2</del>
8	2	12	<del>2</del>
4	2	6	<del>2</del>
2	2	3	3
1		1	

c) 

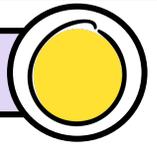
10	2	15	3
5	5	5	<del>5</del>
1		1	

$\text{ggT}(9, 12) = \underline{\underline{3}}$

$\text{ggT}(16, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{8}}$

$\text{ggT}(10, 15) = \underline{\underline{5}}$

# GRÖßTER GEMEINSAMER TEILER



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Erkläre den Begriff ggT.

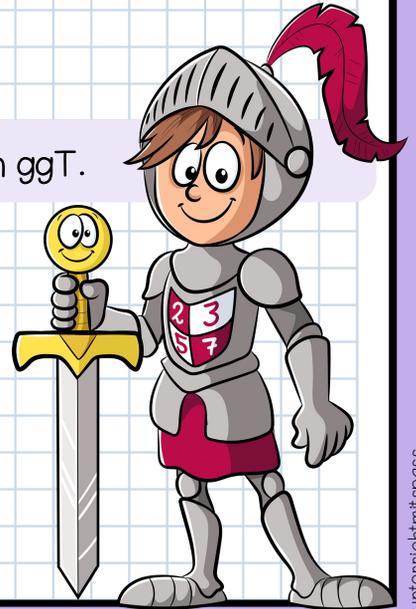
Der ggT ...

2. Erstelle die Primfaktorenzerlegung und ermittle den ggT.

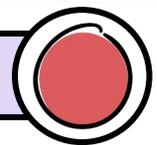
a)  $\text{ggT}(28, 63) = ?$

b)  $\text{ggT}(64, 72) = ?$

c)  $\text{ggT}(42, 68) = ?$



# GRÖßTER GEMEINSAMER TEILER



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Erkläre den Begriff ggT.

Der ggT ...

2. Was bedeutet „teilerfremd“?

Wenn ...

3. Erstelle die Primfaktorenzerlegung und ermittle den ggT.

a)  $\text{ggT}(33, 250) = ?$

b)  $\text{ggT}(168, 312) = ?$

c)  $\text{ggT}(64, 80, 108) = ?$





# LÖSUNG

1. Der ggT (größte gemeinsame Teiler) ist die größtmögliche Zahl, die zwei natürliche Zahlen ohne Rest teilt.

2. a)

28	2	63	3
14	2	21	3
7	7	7	<del>7</del>
1		1	

b)

64	2	72	<del>2</del>
32	2	36	<del>2</del>
16	2	18	<del>2</del>
8	2	9	3
4	2	3	3
2	2	1	
1			

c)

42	2	68	<del>2</del>
21	3	34	2
7	7	17	17
1		1	

$$\text{ggT}(28, 63) = \underline{\underline{7}}$$

$$\text{ggT}(64, 72) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{8}}$$

$$\text{ggT}(42, 68) = \underline{\underline{2}}$$



# LÖSUNG

1. Der ggT (größte gemeinsame Teiler) ist die größtmögliche Zahl, die zwei natürliche Zahlen ohne Rest teilt.

2. Wenn zwei Zahlen keine gemeinsamen Primfaktoren haben, haben sie nur den gemeinsamen Teiler 1. Diese Zahlen nennt man dann teilerfremd.

3. a)

33	3	250	2
11	11	125	5
1		25	5
		5	5
		1	

teilerfremd

b)

168	2	312	<del>2</del>
84	2	156	<del>2</del>
42	2	78	<del>2</del>
21	3	39	<del>3</del>
7	7	13	13
1		1	

c)

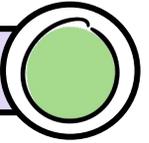
64	2	80	<del>2</del>	108	<del>2</del>
32	2	40	<del>2</del>	54	<del>2</del>
16	2	20	2	27	3
8	2	10	2	9	3
4	2	5	5	3	3
2	2	1		1	
1					

$$\text{ggT}(33, 250) = \underline{\underline{1}}$$

$$\text{ggT}(168, 312) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{24}}$$

$$\text{ggT}(64, 80, 108) = 2 \cdot 2 = \underline{\underline{4}}$$

# KLEINSTES GEMEINSAMES VIELFACHES



Das kgV ist die kleinste Zahl, die in beiden Vielfachmengen vorkommt.

1. Finde die gemeinsamen Primfaktoren und berechne das kgV.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

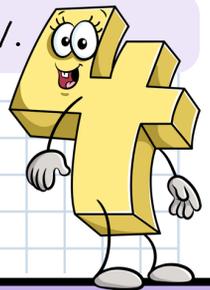
$$\text{kgV}(20, 30) = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = \underline{\underline{\square}} \quad \text{kgV}(10, 45) = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = \underline{\underline{\square}}$$

2. Erstelle die Primfaktorenzerlegung und ermittle jeweils das kgV.

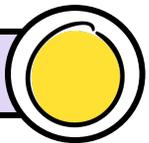
$$\text{a) } \text{kgV}(9, 12) = ?$$

$$\text{b) } \text{kgV}(16, 24) = ?$$

$$\text{c) } \text{kgV}(10, 15) = ?$$



# KLEINSTES GEMEINSAMES VIELFACHES



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Erkläre den Begriff kgV.

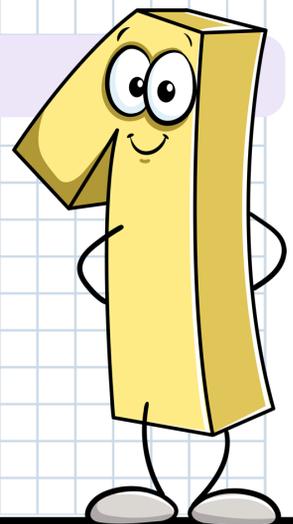
Das kgV ...

2. Erstelle die Primfaktorenzerlegung und ermittle das kgV.

$$\text{a) } \text{kgV}(28, 63) = ?$$

$$\text{b) } \text{kgV}(64, 72) = ?$$

$$\text{c) } \text{kgV}(42, 68) = ?$$





# LÖSUNG

1. a) 
$$\begin{array}{r|l} 20 & \textcircled{2} \\ 10 & 2 \\ 5 & \textcircled{5} \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 30 & \cancel{2} \\ 15 & 3 \\ 5 & \cancel{5} \\ 1 & \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & \textcircled{5} \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & \cancel{5} \\ 1 & \end{array}$$

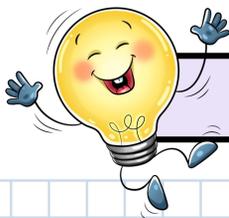
$\text{kgV}(20, 30) = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{60}}$        $\text{kgV}(10, 45) = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{90}}$

2. a) 
$$\begin{array}{r|l} 9 & \textcircled{3} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & \cancel{3} \\ 1 & \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r|l} 16 & \textcircled{2} \\ 8 & \textcircled{2} \\ 4 & \textcircled{2} \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 24 & \cancel{2} \\ 12 & \cancel{2} \\ 6 & \cancel{2} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

c) 
$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & \textcircled{5} \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & \cancel{5} \\ 1 & \end{array}$$

$\text{kgV}(9, 12) = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{36}}$        $\text{kgV}(16, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{48}}$        $\text{kgV}(10, 15) = 5 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{30}}$



# LÖSUNG

1. Das kgV (kleinste gemeinsame Vielfache) von zwei natürlichen Zahlen, ist die kleinste Zahl, die in beiden Vielfachmengen enthalten ist.

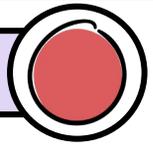
2. a) 
$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & \textcircled{7} \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & \cancel{7} \\ 1 & \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r|l} 64 & \textcircled{2} \\ 32 & \textcircled{2} \\ 16 & \textcircled{2} \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 72 & \cancel{2} \\ 36 & \cancel{2} \\ 18 & \cancel{2} \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

c) 
$$\begin{array}{r|l} 42 & \textcircled{2} \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 68 & \cancel{2} \\ 34 & 2 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{kgV}(28, 63) = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{252}}$        $\text{kgV}(64, 72) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{576}}$        $\text{kgV}(42, 68) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 17 = \underline{\underline{1428}}$

# KLEINSTES GEMEINSAMES VIELFACHES



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

1. Erkläre den Begriff kgV.

Das kgV ...

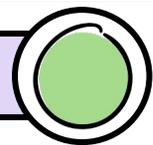
2. Erstelle die Primfaktorenzerlegung und ermittle das kgV.

a)  $\text{kgV}(33, 250) = ?$

b)  $\text{kgV}(168, 312) = ?$

c)  $\text{kgV}(64, 80, 108) = ?$

# ggT UND kgV



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

## INFORMATION

- Der ggT von zwei Zahlen ist die größtmögliche Zahl, durch die beide Zahlen ohne Rest geteilt werden können.
- Das kgV von zwei Zahlen ist die kleinste Zahl, in der die beide gegebenen Zahlen enthalten sind.
- Wenn man zwei Zahlen multipliziert, kommt das gleiche heraus, wie wenn man den ggT und das kgV der Zahlen multipliziert. Diese Eigenschaft kannst du als Probe verwenden.

Bestimme jeweils den ggT und das kgV und mache die Probe.

a)  $\text{ggT}(9, 18) = ?$

b)  $\text{ggT}(10, 15) = ?$

c)  $\text{ggT}(16, 24) = ?$

$\text{kgV}(9, 18) = ?$

$\text{kgV}(10, 15) = ?$

$\text{kgV}(16, 24) = ?$



# LÖSUNG

1. Das kgV (kleinste gemeinsame Vielfache) von zwei natürlichen Zahlen ist die kleinste Zahl, die in beiden Vielfachmengen enthalten ist.

2.

a)	33	3	250	2	b)	168	2	312	/	c)	64	2	80	/	108	/
	11	11	125	5		84	2	156	/		32	2	40	/	54	/
	1		25	5		42	2	78	/		16	2	20	/	27	3
			5	5		21	3	39	/		8	2	10	/	9	3
			1			7	7	13	13		4	2	5	5	3	3
						1		1			2	2	1		1	
											1					

teilerfremd

$$\text{kgV}(33, 250) = 3 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{\underline{8250}}$$

$$\text{kgV}(168, 312) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 = \underline{\underline{2184}}$$

$$\text{kgV}(64, 80, 108) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{8640}}$$



# LÖSUNG

a)	9	3	18	2
	3	3	9	/
	1		3	/
			1	

$$\text{ggT}(9, 18) = 3 \cdot 3 = \underline{\underline{9}}$$

$$\text{kgV}(9, 18) = 3 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{\underline{18}}$$

Probe:

$$9 \cdot 18 = \underline{\underline{162}}$$

$$9 \cdot 18 = \underline{\underline{162}} \quad \checkmark$$

b)	10	2	15	3
	5	5	5	/
	1		1	

$$\text{ggT}(10, 15) = \underline{\underline{5}}$$

$$\text{kgV}(10, 15) = 5 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{30}}$$

$$10 \cdot 15 = \underline{\underline{150}}$$

$$5 \cdot 30 = \underline{\underline{150}} \quad \checkmark$$

c)	16	2	24	/
	8	2	12	/
	4	2	6	/
	2	2	3	3
	1		1	

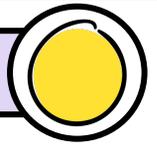
$$\text{ggT}(16, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{8}}$$

$$\text{kgV}(16, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{48}}$$

$$16 \cdot 24 = \underline{\underline{384}}$$

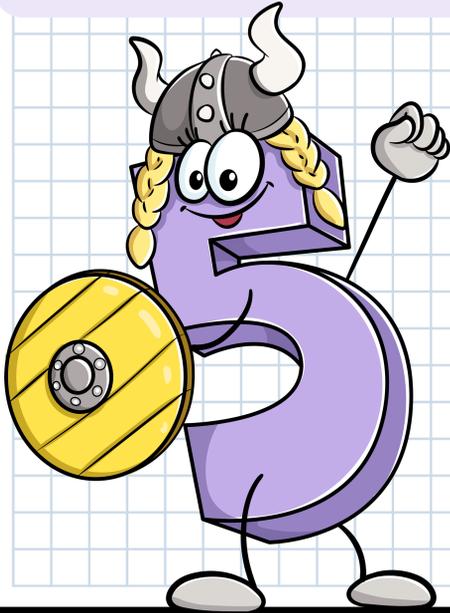
$$8 \cdot 48 = \underline{\underline{384}} \quad \checkmark$$

## ggT UND kgV



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

Bestimme jeweils den ggT und das kgV und mache die Probe.

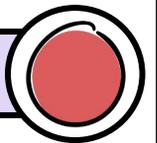


a)  $ggT(30, 18) = ?$   
 $kgV(30, 18) = ?$

b)  $ggT(27, 36) = ?$   
 $kgV(27, 36) = ?$

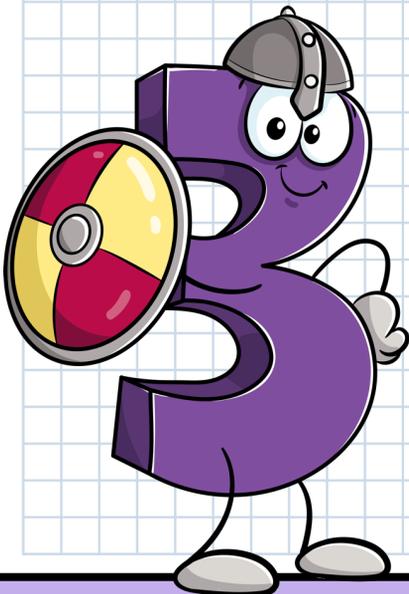
c)  $ggT(5, 12) = ?$   
 $kgV(5, 12) = ?$

## ggT UND kgV



Übertrage die Aufgabenstellungen in dein Heft und löse sie.

Bestimme jeweils den ggT und das kgV zu den drei gegebenen Zahlen.



a)  $ggT(5, 20, 25) = ?$   
 $kgV(5, 20, 25) = ?$

b)  $ggT(27, 18, 54) = ?$   
 $kgV(27, 18, 54) = ?$

c)  $ggT(12, 30, 36) = ?$   
 $kgV(12, 30, 36) = ?$



# LÖSUNG

					Probe:
a)	$\begin{array}{r l} 30 & 18 \\ 15 & 9 \\ 5 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 18 & 9 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\text{ggT}(30, 18) = 2 \cdot 3 = \underline{6}$	$\text{kgV}(30, 18) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = \underline{90}$	$30 \cdot 18 = \underline{540}$ $6 \cdot 90 = \underline{540} \quad \checkmark$
b)	$\begin{array}{r l} 27 & 36 \\ 9 & 18 \\ 3 & 9 \\ 1 & 3 \\ & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 36 & 18 \\ 18 & 9 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\text{ggT}(27, 36) = 3 \cdot 3 = \underline{9}$	$\text{kgV}(27, 36) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{108}$	$27 \cdot 36 = \underline{972}$ $9 \cdot 108 = \underline{972} \quad \checkmark$
c)	$\begin{array}{r l} 5 & 12 \\ 1 & 6 \\ & 3 \\ & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 5 & 12 \\ & 6 \\ & 3 \\ & 1 \end{array}$	$\text{ggT}(5, 12) = \underline{1} \text{ „teilerfremd“}$	$\text{kgV}(5, 12) = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{60}$	$5 \cdot 12 = \underline{60}$ $1 \cdot 60 = \underline{60} \quad \checkmark$



# LÖSUNG

a)	$\begin{array}{r l} 5 & 20 \\ 1 & 10 \\ & 5 \\ & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 20 & 25 \\ 10 & 5 \\ 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\text{ggT}(5, 20, 25) = \underline{5}$	$\text{kgV}(5, 20, 25) = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{100}$
b)	$\begin{array}{r l} 27 & 18 \\ 9 & 9 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 18 & 54 \\ 9 & 27 \\ 3 & 9 \\ 1 & 3 \\ & 1 \end{array}$	$\text{ggT}(27, 18, 54) = 3 \cdot 3 = \underline{9}$	$\text{kgV}(27, 18, 54) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{54}$
c)	$\begin{array}{r l} 12 & 30 \\ 6 & 15 \\ 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 30 & 36 \\ 15 & 18 \\ 5 & 9 \\ 1 & 3 \\ & 1 \end{array}$	$\text{ggT}(12, 30, 36) = 2 \cdot 3 = \underline{6}$	$\text{kgV}(12, 30, 36) = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = \underline{180}$