

### Aufgabe 1) Bemessung eines Laufwasserkraftwerkes

Ein Laufwasserkraftwerk soll möglichst viele Haushalte mit je 0,15 kW Grundlast mit Energie versorgen. Als Turbine wird eine Kaplan-Turbine mit einem Wirkungsgrad von 0,94 verwendet, die einen Generator ( $\eta_G = 90\%$ ) antreibt. Durch die Turbine fließen aus einer Fallhöhe von 25 m pro Sekunde  $10 \text{ m}^3$  Wasser.

- 1.1 Berechnen Sie die hydraulische Leistung des Wassers.
- 1.2 Berechnen Sie die Nutzleistung, die das Kraftwerk bereitstellen kann.
- 1.3 Bestimmen Sie die Anzahl der Haushalte, deren Grundlast eine Stunde lang mit diesem Wasserkraftwerk gedeckt werden kann!

### Aufgabe 2)

Ein Laufwasserkraftwerk soll eine minimale Nutzleistung von  $P_{\text{Nutz}} = 600 \text{ kW}$  erbringen. Als Turbine wird eine Kaplan-Turbine mit einem Wirkungsgrad von 0,91 verwendet, die einen Generator ( $\eta_{\text{Gen}} = 88\%$ ) antreibt. Durch die Turbine fließen aus einer Fallhöhe von 15 m pro Sekunde  $6,5 \text{ m}^3$  Wasser. Ermitteln Sie durch Rechnung, ob das Wasserkraftwerk die erforderliche Mindestnutzleistung bereitstellen kann?

### Aufgabe 3): Turbinen eines Laufwasserkraftwerkes

- 3.1 Welcher prinzipielle Unterschied besteht in der Nutzung der Wasserkraft in Flusskraftwerken, Speicherkraftwerken und Pumpspeicherkraftwerken? (Stauhöhe, Wassermenge, Grund- oder Spitzenlast) Welche Turbinentypen setzt man jeweils ein?

Ein Laufwasserkraftwerk mit der Fallhöhe 15 m besitzt vier Propeller-Turbinen, die einen Wirkungsgrad von 90 % besitzen, wenn Sie mit der maximalen Durchflussmenge (pro Turbine) von  $6 \text{ m}^3/\text{s}$  betrieben werden. Den Wirkungsgrad bei geringeren Durchflussmengen entnehmen Sie der Grafik "Turbinenwirkungsgrad" in der Formelsammlung. Die Generatoren besitzen konstante Wirkungsgrade von 90 %. Jede Turbine ist an einen Generator gekoppelt (Maschinensatz).

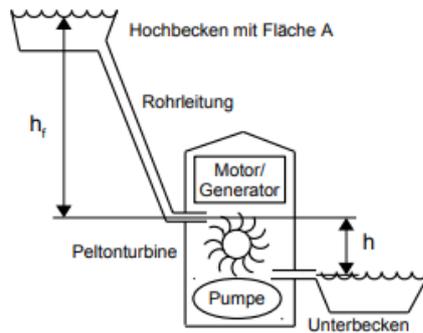
- 3.2 Welche elektrische Leistung kann das das Kraftwerk bei einer Fallhöhe von 15 m maximal erzeugen? ("Installierte Leistung")
- 3.3 Warum kann ein Flusskraftwerk sowohl bei Hochwasser als auch bei Niedrigwasser nicht die volle (Nenn-) Leistung abgeben?
- 3.4 Es soll untersucht werden, wie die durchfließende Wassermenge von  $20 \text{ m}^3/\text{s}$  auf die Turbinen verteilt werden sollte, damit die maximale elektrische Leistung erzeugt wird. Untersuchen Sie folgende Verteilungen der Durchflussmenge auf die Turbinen
  - a)  $6 \text{ m}^3/\text{s} + 6 \text{ m}^3/\text{s} + 6 \text{ m}^3/\text{s} + 2 \text{ m}^3/\text{s}$
  - b)  $5 \text{ m}^3/\text{s} + 5 \text{ m}^3/\text{s} + 5 \text{ m}^3/\text{s} + 5 \text{ m}^3/\text{s}$
  - c)  $6 \text{ m}^3/\text{s} + 6 \text{ m}^3/\text{s} + 4 \text{ m}^3/\text{s} + 4 \text{ m}^3/\text{s}$und bewerten Sie die Ergebnisse.

## Aufgabe 4)

### Pumpspeicherkraftwerk

Daten:

	$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$
	$g = 9,81 \text{ N/kg}$
Fläche Hochbecken	$A = 9 \text{ km}^2$
Fallhöhe	$h_1 = 730 \text{ m}$
Höhe	$h = 4 \text{ m}$
Rohrleitung	$\eta_R = 0,91$
Pelton turbine	$\eta_T = 0,93$
Generator	$\eta_G = 0,97$
Pumpe	$\eta_P = 0,95$
Motor	$\eta_M = 0,92$

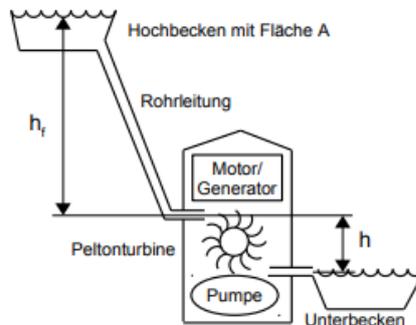


- 4.1 Durch Hochpumpen steigt der Wasserstand im Hochbecken um 20 cm. Zeigen Sie, dass dazu 4,53 GWh elektrische Energie benötigt werden. (Annahme: sehr steile Ufer)  
Arbeiten Sie mit den Grundeinheiten: m, s, N, Kg
- 4.2 Wie viele Stunden dauert der Pumpvorgang, wenn die Pumpe  $80 \text{ m}^3/\text{s}$  ins Oberbecken fördert?
- 4.3 In Spitzenzeiten werden 120 MW elektrische Leistung erzeugt. Berechnen Sie über den Wirkungsgrad zunächst die hydraulische Leistung des Wassers vor der Turbine. Welche Wassermenge muss pro Sekunde durch die Turbine strömen?
- 4.4 Der Wasser-Volumenstrom von  $18,5 \text{ m}^3/\text{s}$  verteilt sich in der Pelton turbine gleichmäßig auf 6 Düsen. Jeder Wasserstrahl hat beim Auftreffen auf die Turbinenschaufeln eine Geschwindigkeit von 353 km/h. Welchen Durchmesser hat eine Düse?

## Aufgabe 5)

### Pumpspeicherkraftwerk

	$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$
	$g = 9,81 \text{ N/kg}$
Fläche Hochbecken	$A = 20 \text{ km}^2$
Fallhöhe	$h_1 = 310 \text{ m}$
Höhe	$h = 3 \text{ m}$
Rohrleitung	$\eta_R = 0,96$
Pelton turbine	$\eta_T = 0,93$
Generator	$\eta_G = 0,98$
Pumpe	$\eta_P = 0,95$
Motor	$\eta_M = 0,92$



1 GWh elektrische Energie wird nachts zum Hochpumpen aufgebracht.

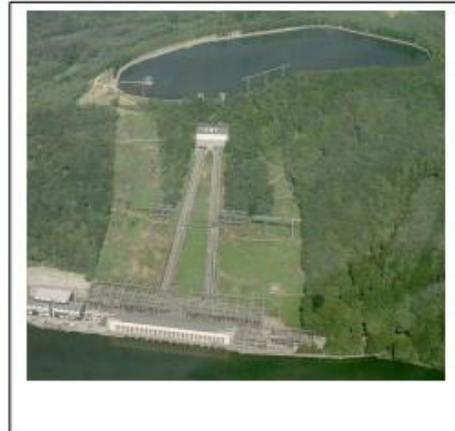
- 7.1 Zeigen Sie, dass  $V \approx 983.700 \text{ m}^3$  Wasser ins Hochbecken gepumpt werden.  
Hinweis: Arbeiten Sie mit den Grundeinheiten: m, s, N, Kg  
Verwenden Sie den Zahlenwert von V für die Aufgaben 7.2 und 7.3.
- 7.2 Um wie viel cm steigt der Wasserstand im Oberbecken an? (Annahme: sehr steile Ufer)
- 7.3 Welche Wassermenge muss die Pumpe pro Sekunde ins Oberbecken fördern, wenn der Pumpvorgang maximal 6 Stunden dauern darf?
- 7.4 Zeichnen Sie das Energieflussdiagramm für den Betrieb der Stromerzeugung.
- 7.5 Welche Wassermenge muss in 1 Sekunde durch die Turbine strömen, wenn in Spitzenzeiten 150 MW elektrische Leistung abgegeben werden sollen?
- 7.6 Das Wasser verteilt sich in der Pelton turbine gleichmäßig auf 6 Düsen. Jeder Wasserstrahl hat beim Auftreffen auf die Turbinenschaufeln eine Geschwindigkeit von 275 km/h. Welchen Durchmesser hat eine Düse?

Aufgabe 6)

### Bemessung eines Pumpspeicherkraftwerks

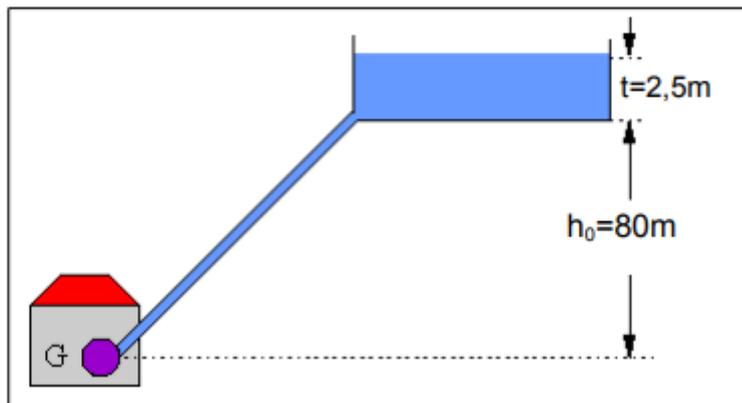
Der Speichersee eines Pumpspeicher-kraftwerks ist 10 m tief. Der Höhenunterschied zur Generatorstation beträgt 100 m. Der Rückgewinnungswirkungsgrad beträgt 90 %. Das Kraftwerk soll 100.000 Haushalte in Spitzenzeiten mit einer durchschnittlichen Energiemenge je Haushalt von 1,5 kWh versorgen.

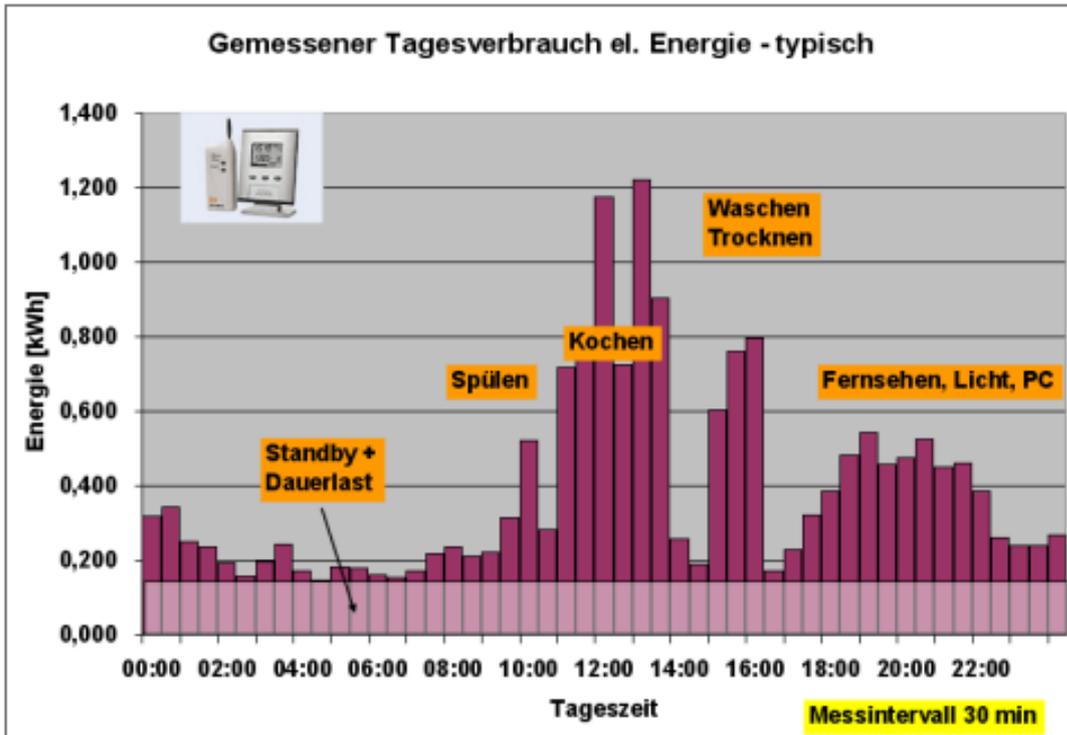
- 5.1 Welches Wasservolumen ist notwendig, um die Energiemenge zur Versorgung der Haushalte aufzubringen?
- 5.2 Welche Oberfläche besitzt der Speichersee?



Aufgabe 7)

### Bemessung eines Pumpspeicherkraftwerks (PSW)





Stuttgart besitzt ca. 305.000 Privat-Haushalte. Im folgenden soll nun ein Pumpspeicherwerk mit obenstehenden Daten berechnet werden, das in Spitzenzeiten diese Haushalte mit Energie versorgen kann.

- 8.1 Ermitteln Sie aus der Grafik für den Tagesverbrauch eines durchschnittlichen Privat-Haushaltes die benötigte Energiemenge Wel in folgenden Spitzenzeiten:
  - a) zwischen 11.00 Uhr bis 14.00 Uhr. (Mittagszeit)
  - b) zwischen 18.00 Uhr bis 22.00 Uhr (Feierabend)
- 8.2 Berechnen Sie die notwendige potentielle Energie des Wassers, das im Speichersee angestaut werden muss, so dass bei der Umwandlung dieser potentiellen Energie in elektrische Energie die Haushalte in den Spitzenzeiten versorgt werden können.
- 8.3 Welche Oberfläche hätte der Speichersee?

## Lösungen

### 1 Bemessung eines Laufwasserkraftwerks

$$1.1 \quad \dot{V} = \frac{V}{t} \quad \text{mit } V = 10 \text{ m}^3 \text{ pro Sekunde} \rightarrow \dot{V} = 10 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$P_{\text{hydro}} = \rho_{\text{Wasser}} * g * h * \dot{V}$$

$$\text{mit } \rho \approx 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{und } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{und } h = 25 \text{ m} \quad \text{und } \dot{V} = 10 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$P_{\text{hydro}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 25 \text{ m} * 10 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 2452,5 \text{ kW}$$

$$1.2 \quad P_{\text{nutz}} = \eta_{\text{Turbine}} * \eta_{\text{Generator}} * P_{\text{hydro}} = 0,94 * 0,9 * 2452,5 \text{ kW} = 2074,815 \text{ kW}$$

$$1.3 \quad \text{Anzahl}_{\text{Haushalte}} = \frac{P_{\text{nutz}}}{P_{\text{Grundlast}}} = \frac{2074,815 \text{ kW}}{0,15 \text{ kW}} = 13831,8 \quad \text{also } \sim 13832 \text{ Haushalte}$$

### 2 Berechnung eines Laufwasserkraftwerks

$$2.1 \quad P_{\text{hydro}} = \rho_{\text{Wasser}} * g * h * \dot{V}$$

$$\text{mit } \rho \approx 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{und } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{und } h = 15 \text{ m} \quad \text{und } \dot{V} = 6,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$P_{\text{hydro}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 15 \text{ m} * 6,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 956,475 \text{ kW}$$

$$P_{\text{nutz}} = \eta_{\text{Turbine}} * \eta_{\text{Generator}} * P_{\text{hydro}} = 0,91 * 0,88 * 956,475 \text{ kW} = 765,945 \text{ kW}$$

Das Wasserkraftwerk kann die die erforderliche Mindestnutzleistung von 600 kW erbringen.

$$3.2 \quad P_{hydro} = \rho_{Wasser} * g * h * \dot{V} = 1000 \frac{kg}{m^3} * 9,81 \frac{m}{s^2} * 15 m * 6 \frac{m^3}{s} = 882,9 kW \quad \text{pro Maschinensatz}$$

$$P_{hydroGesamt} = 4 * P_{hydro} = 4 * 882,9 kW = 3531,6 kW$$

Installierte Leistung kennzeichnet die Nennleistung → Wirkungsgrad muss noch einberechnet werden

$$P_{Nennleistung} = P_{hydroGesamt} * \eta_{Turbinen} * \eta_{Generatoren} = 3531,6 kW * 0,9 * 0,9 = 2860,6 kW$$

### 3.3 Hochwasser:

Der Wasserstand des Oberwassers ändert sich durch die feste Höhe des Wehres kaum, der Wasserstand des Unterwassers ist jedoch deutlich erhöht. Dadurch sinkt die Fallhöhe. Die erzeugte Leistung ist proportional zur Fallhöhe und nimmt daher bei Hochwasser ab.

$$P_{hydro} = \rho_{Wasser} * g * h * \dot{V}$$

### Niedrigwasser:

Turbinen erreichen Wirkungsgrade von über 90% über einen großen Durchflussbereich. Sobald jedoch die Durchflussmenge unter einen gewissen Anteil sinkt, verschlechtert sich der Wirkungsgrad rapide.

$$3.4 \quad \dot{V} = 20 \frac{m^3}{s} \quad h = 15 m \quad P_{hydro} = \rho_{Wasser} * g * h * \dot{V} \rightarrow P_{hydro} \sim \dot{V}$$

unter Berücksichtigung der Abhängigkeiten des Turbinenwirkungsgrads von der Durchflussmenge in der Formelsammlung ergeben sich folgende Verteilungen:

Vorgehen: normierte Abflüsse bestimmen und dann die Wirkungsgrade aus der Formelsammlung entnehmen.  $6 m^3/s \triangleq 100\% \Rightarrow 1 m^3/s \triangleq 16,7\%$

Durchfluss in m <sup>3</sup> /s	Normierter Abfluss	Wirkungsgrad
6	100 %	0,9
5	5 * 16,7% = 83,5 %	0,83
4	4 * 16,7% = 66,8 %	0,67
2	2 * 16,7 % = 33,4 %	0

$$P_{elekt} = \eta * P_{hydro} \sim \begin{array}{ll} \text{a) } 6 * 0,9 + 6 * 0,9 + 6 * 0,9 + 2 * 0 = & 16,2 \\ \text{b) } 5 * 0,83 + 5 * 0,83 + 5 * 0,83 + 5 * 0,83 = & 16,6 \\ \text{c) } 6 * 0,9 + 6 * 0,9 + 4 * 0,67 + 4 * 0,67 = & 16,16 \end{array}$$

Die maximale Leistung erhält man in der Konstellation b.  
(Wirkungsgrad 0 bedeutet, dass die Turbine steht)

## 4 Pumpspeicherkraftwerk

$$4.1 \quad W_{pot} = m * g * h = \rho_{Wasser} * V_{See} * g * h = \eta_{Rohr} * \eta_{Pumpe} * \eta_{Motor} * W_{elektrisch}$$

$$W_{elektrisch} = \frac{\rho_{Wasser} * V_{See} * g * h}{\eta_{Rohr} * \eta_{Pumpe} * \eta_{Motor}} = \frac{1000 \frac{kg}{m^3} * 9 * 1000 m * 1000 m * 0,2 m * 9,91 \frac{N}{kg} * (730 m + 4 m)}{0,91 * 0,95 * 0,92}$$

$$W_{elektrisch} = 1629614002 * 10^{13} \frac{kg * m^2}{s^2} = 1629614002 * 10^{13} J = 1629614002 * 10^{13} Ws$$

Umrechnen von Wattsekunden in Wattstunden:

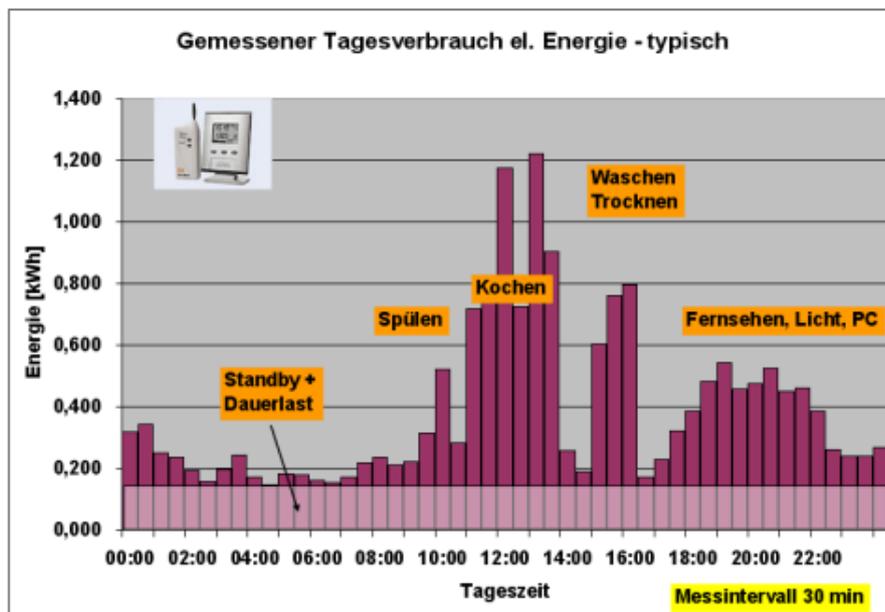
$$W_{elektrisch} = 1629614002 * 10^{13} Ws = 1629614002 * 10^{13} \frac{Wh}{3600} = 4526705560 Wh = 4,53 GWh$$

$$4.2 \quad \dot{V} = 80 m^3/s \quad \text{Gesamt volumen} = A * d = 9 * 1000 m * 1000 m * 0,2 m = 1800000 m^3$$

mit

$$\dot{V} = \frac{V}{t}$$

ergibt sich



$$t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{1800000 m^3}{80 m^3/s} = 22500 s = \frac{22500}{3600} h = 6,25 h$$

$$4.3 \quad \text{Hydraulische Leistung des Wasser } P_{hydro} = \frac{P_{elektrisch}}{\eta_R * \eta_T * \eta_G} = \frac{120 MW}{0,91 * 0,93 * 0,97} = 146,2 MW$$

$$\text{Volumenstrom des Wasser } \dot{V} = \frac{P_{hydro}}{\rho * g * h} = \frac{146,2 MW}{1000 \frac{kg}{m^3} * 9,81 \frac{m}{s^2} * 734 m} = 20,3 \frac{m^3}{s}$$

4.4

$$\text{Querschnittsfläche einer Düse } A = \frac{\frac{1}{6} * \dot{V}}{v} = \frac{18,5 \frac{m^3}{s}}{6 * \frac{353 m}{3,6 s}} = 0,0314 m^2$$

$$\text{Durchmesser einer Düse } d = \sqrt{\frac{4 * A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 * 0,0314 m^2}{\pi}} = 0,2 m$$

## 5 Bemessung eines Pumpspeicherkraftwerks

5.1 erforderliche Energiemenge der Haushalte:

$$W_{\text{elektrisch}} = 100000 * 1,5 \text{ kWh} = 150000 \text{ kWh} = 150 \text{ MWh}$$

erforderliche Energiemenge unter Berücksichtigung des Rückgewinnungsgrad von 90%

$$W_{\text{elektrisch}} = W_{\text{pot}} * 0,9 \rightarrow W_{\text{pot}} = \frac{W_{\text{elektrisch}}}{0,9} = 150 \frac{\text{MWh}}{0,9} = 166,7 \text{ MWh}$$

$$\text{mit } W_{\text{pot}} = m * g * h = \rho_{\text{Wasser}} * V_{\text{See}} * g * h \rightarrow$$

$$V_{\text{See}} = \frac{W_{\text{pot}}}{\rho_{\text{Wasser}} * g * h} = \frac{3600 * 166,7 \text{ MWh}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 100 \text{ m}} = 611621 \text{ m}^3$$

5.2 mit  $V = A * d \rightarrow A = \frac{V}{d} = \frac{611621 \text{ m}^3}{10 \text{ m}} = 61162,1 \text{ m}^2$

## 7 Pumpspeicherkraftwerk

7.1  $W_{\text{pot}} = m * g * h = \rho_{\text{Wasser}} * V_{\text{Wasser}} * g * h = \eta_{\text{Rohr}} * \eta_{\text{Pumpe}} * \eta_{\text{Motor}} * W_{\text{elektrisch}}$

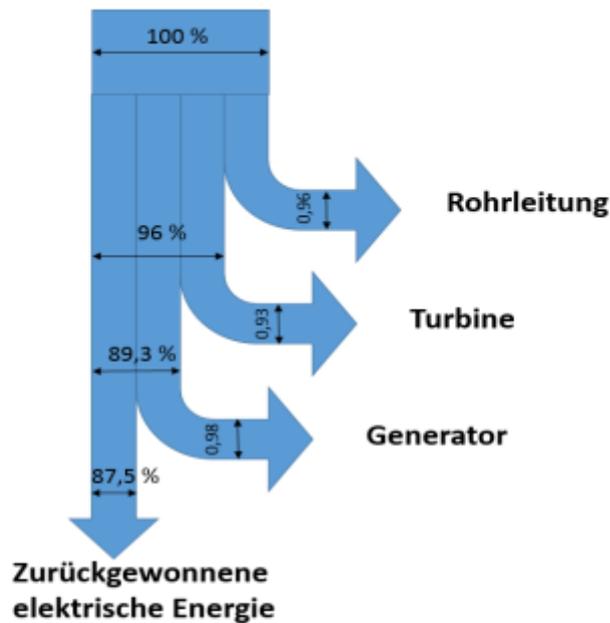
$$V_{\text{Wasser}} = \frac{W_{\text{elektrisch}} * \eta_{\text{Rohr}} * \eta_{\text{Pumpe}} * \eta_{\text{Motor}}}{\rho_{\text{Wasser}} * g * h} = \frac{1 \text{ GWh} * 0,96 * 0,95 * 0,92}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * (310 \text{ m} + 3 \text{ m})} = 273,3 \text{ m}^3 * 3600 = 983720,7 \text{ m}^3$$

7.2 Erhöhung Wasserstand

$$V_{\text{Wasser}} = A * d \rightarrow d = \frac{V_{\text{Wasser}}}{A} = \frac{983700 \text{ m}^3}{20 * 1000 \text{ m} * 1000 \text{ m}} = 0,049185 \text{ m} = 4,9 \text{ cm}$$

7.3  $\dot{V} = \frac{V}{t} = \frac{983700 \text{ m}^3}{6 * 3600 \text{ s}} = 45,5 \text{ m}^3/\text{s}$

7.4



7.5  $Gesamtwirkungsgrad = 0,96 * 0,93 * 0,98 = 0,875$

$$P_{hydro} = \frac{P_{elektrisch}}{\eta_{Gesamt}} = \frac{150 \text{ MW}}{0,875} = 171,4 \text{ MW}$$

$$V_{Wasser} = \frac{W_{pot}}{\rho * g * h} = \frac{171,4 \text{ MW}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 313 \text{ m}} = 55,8 \text{ m}^3$$

7.6

$$\text{Querschnittsfläche einer Düse } A = \frac{\frac{1}{6} * \dot{V}}{v} = \frac{55,8 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{6 * \frac{275 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}} = 0,122 \text{ m}^2$$

$$\text{Durchmesser einer Düse } d = \sqrt{\frac{4 * A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 * 0,02 \text{ m}^2}{\pi}} = 0,393 \text{ m}$$

## 8 Lösung Bemessung Pumpspeicherkraftwerk

8.1 a) 11 Uhr bis 14 Uhr

$$E_{el} = 0,72 \text{ kWh} + 0,8 \text{ kWh} + 1,18 \text{ kWh} + 0,72 \text{ kWh} + 1,22 \text{ kWh} + 0,9 \text{ kWh} = 5,54 \text{ kWh}$$

b) 18 Uhr bis 22 Uhr

$$E_{el} = (0,39 + 0,48 + 0,55 + 0,46 + 0,47 + 0,52 + 0,45 + 0,46) \text{ kWh} = 3,78 \text{ kWh}$$

8.2  $W_{pot} = (5,54 \text{ kWh} + 3,78 \text{ kWh}) * 305000 = 2,84 \text{ GWh}$

8.3  $W_{pot} = m * g * h = \rho * t * A * h$

$$A = \frac{W_{pot}}{\rho * t * h} = \frac{3600 * 2,84 \text{ GWh}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 2,5 \text{ m} * 80 \text{ m}} = 51,12 * 10^6 \text{ m}^2 = 51,12 \text{ km}^2$$